Problemas de aplicación de la segunda ley de Newton

Tensión y fuerzas normales

1. Un hombre de 110 kg baja al suelo desde una altura de 12 m, sosteniéndose de una cuerda, que pasa por una polea, y que en su otro extremo tiene unido un saco de arena de 74 kg. (a) ¿Con que velocidad cae el hombre al suelo? (b) ¿Hay algo que pueda hacer el hombre para reducir la velocidad con la que cae? (c) Calcular el valor de la tensión de la cuerda

Solución:
(a) Debido a que el movimiento tanto del hombre como del saco de arena ocurre en la dirección vertical. En el movimiento del hombre y del saco de arena se supone que la dirección positiva del eje y apunta hacia arriba.

Ley de Newton aplicada al hombre: $T – m_h g = - m_h a$.
Ley de Newton aplicada a la caja: $T – m_s g = m_s a$.

Eliminando T de las dos ecuaciones, se obtiene la aceleración:
$a = (m_h – m_s)g/(m_h + m_s) = ((110 - 74) x 9.81)/(110 + 74) = 1.92 m/s^2$.

Velocidad del hombre al llegar al suelo: $v = (2ah)^{0.5} = (2 x 1.92 x 12)^{0.5} = 6.8$ m/s

(b) Agregar arena al saco.

(c) Se tiene que $T - m_h g = -m_h a$. Sustituyendo la expresión para la aceleración a, se obtiene que $T = m_h g - m_h(m_h – m_s)g/(m_h + m_s) = m_h g(1 - (m_h – m_s)/(m_h + m_s))$.
Finalmente se obtiene que
$T = 2m_h m_s g/(m_h + m_s) = 2(110)(74)(9.81)/(110 + 74) = 868$ N.

¿Qué pasa cuando $m_S = 0$? ¿Cuánto valen a y T?
¿Qué pasa cuando $m_S = m_h$? ¿Cuánto valen a y T?

2. Un elevador y su carga tienen una masa total de 1600 kg. Calcular la tensión del cable que sostiene al elevador cuando se hace que éste, que inicialmente descendía a 12 m/s, se detenga con una aceleración constante en 42.0 m.

Solución:
La aceleración del elevador es $a = (v_f^2 – v_i^2)/2x = -12^2/(2 x 42) = -1.71 m/s^2$.
La tensión es T = mg + ma = m(g + a) = 1600 (9.81 + 1.71) = 18,432 N

3. Un elevador de 6200 lb es jalado hacia arriba por un cable con una aceleración de 3.8 ft/s^2. (a) ¿Cuál es la tensión del cable?

Solución:
T = mg + ma = m(g + a) = 6200 x (32 + 3.8) = 221960 lbF

Fuerzas de fricción

4. El coeficiente de fricción estática entre el teflón y los huevos revueltos es de 0.04 aproximadamente. ¿Cuál es el ángulo más pequeño desde la horizontal que hará que los huevos resbalen en el fondo de un sartén recubierto con teflón?

Solución:
$\theta = \tan^{-1}(\mu) = \tan^{-1}(0.04) = 2.29^{o}$

5. Una fuerza de fricción de 470N disminuye la velocidad de un beisbolista que tiene una masa de 79 kg y que se desliza en segunda base. ¿Cuál es el coeficiente de fricción cinético entre el beisbolista y el suelo?

Solución:
$F = \mu n$, donde n es la fuerza normal. La fuerza normal $n = mg$, de modo que
$F = \mu mg$. Despejando el coeficiente de fricción, se obtiene que
$\mu = F/mg = 470/(79 \times 9.81) = 0.6$

6. El coeficiente de fricción estática entre las llantas de un automóvil y una carretera seca es 0.62. La masa del automóvil es 1500 kg. ¿Qué fuerza máxima de frenado puede obtenerse (a) en una carretera horizontal y (b) en una carretera con una pendiente de 8.6^{o}?

Solución:
(a) La fuerza de fricción máxima está dada por
$f_S = \mu n$, donde n es la fuerza normal. La fuerza normal $n = mg$, de modo que
$f_S = \mu mg = (0.62)(1500)(9.81) = 9{,}123.3$ N

(b) En este caso la fuerza normal $n = mg\cos\theta$. Por lo tanto la fuerza de fricción máxima es
$f_S = \mu n = \mu mg\cos\theta = (0.62)(1500)(9.81)(\cos(8.6^{o}) = 9{,}020$ N.

7. Un estudiante de Navojoa quiere determinar los coeficientes de fricción estática y de fricción cinética entre un tablón y una caja. Coloca la caja sobre el tablón y poco a poco eleva un extremo de este. Cuando el ángulo de inclinación con la horizontal alcanza 28.0^{o}, la caja empieza a resbalar y en 3.92 s se desliza 2.53 m sobre el tablón inclinado. Encuentre los coeficientes de fricción.

Solución:
El coeficiente de fricción estático es $\mu_S = \tan(28.0) = 0.53$.
El coeficiente de fricción cinético es μ_K y se obtiene de la siguiente manera: En la dirección del movimiento, la segunda ley de Newton nos dice que
$mg\operatorname{sen}\theta - f_K = ma$. De aquí se obtiene que $f_K = mg\operatorname{sen}\theta - ma$. Pero $f_K = \mu_K n$. De aquí se obtiene que el coeficiente de fricción $\mu_K = (mg\operatorname{sen}\theta - ma)/n$
Perpendicular al movimiento tenemos que $n - mg\cos\theta = 0$. Es decir $n = mg\cos\theta$.
Sustituyendo la fuerza normal, se obtiene que el coeficiente de fricción es
$\mu_K = (mg\operatorname{sen}\theta - ma)/mg\cos\theta = (g\operatorname{sen}\theta - a)/g\cos\theta$.

La aceleración a se obtiene de la ecuación $x - x_0 = ½ at^2$. Despejando la aceleración se obtiene que $a = 2(x - x_o)/t^2 = 2(2.53)/3.92^2 = 0.33$ m/s^2. Con este resultado, se obtiene que
$\mu_K = (g\text{sen}\theta - a)/g\cos\theta = (9.81 \times \text{sen}(28) - 0.33)/(9.81 \times \cos(28)) = 0.49$

8. Un trozo de hielo se desliza desde el reposo hacia abajo de una pendiente rugosa de 33.0^o en el doble del tiempo que tarda en hacerlo hacia abajo por una pendiente de $33.0\ ^o$ sin fricción y de la misma longitud. Calcule el coeficiente de fricción cinética entre el hielo y la pendiente rugosa.

Solución:
Sin fricción, la aceleración sobre el plano inclinado es $a = g\text{sen}\theta$.
Con fricción, la aceleración es $a_K = g(\text{sen}\theta - \mu\cos\theta)$.
La distancia recorrida $x = ½ at^2 = ½ a_K(2t)^2$. Es decir $a_K = a/4$. Sustituyendo a y a_K, se obtiene
$g(\text{sen}\theta - \mu\cos\theta) = ¼ g\text{sen}\theta$. Despejando el coeficiente de fricción, resulta que
$\mu = ¾ \tan\theta = ¾ \tan(33^o) = 0.487$

9. En la figura 1, A es un bloque de 4.4 kg y B es un bloque de 2.6 kg. Los coeficientes de fricción estática y cinética entre A y la mesa son 0.18 y 0.15. (a) Determine la masa mínima del bloque C que debe de colocarse sobre A para evitar que se deslice. (b) Si de repente se retira el bloque C, ¿Cuál seria la aceleración de A?

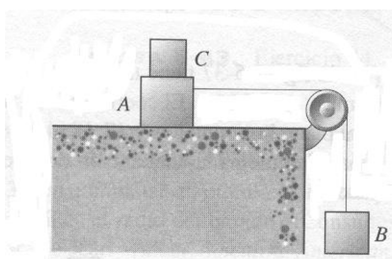

Figura 1

Solución:
(a) Supongamos que la masa $m_A + m_C = m$. Para que m permanezca en reposo, de debe tener el siguiente balance de fuerzas: $T - f_S = T - \mu_S n = 0$. Pero $n = mg$, por lo que $T - \mu_S mg = 0$. Por otro lado, $T - m_B g = 0$. Eliminando T, se obtiene que $m = m_B/\mu_S = 2.6/0.18 = 14.4$ kg. Por lo tanto, $m_C = m - m_A = 14.4 - 4.4 = 10$ kg.

(b) El balance de fuerzas sobre la masa A en movimiento es $T - f_K = m_A a$, donde $f_K = \mu_K n = \mu_K m_A g$. O sea $T - \mu_K m_A g = m_A a$.
El balance de fuerzas sobre la masa B es $T - m_B g = -m_B a$.
Eliminando T, se obtiene que la aceleración $a = (m_B + \mu_K m_A)g/(m_B + m_A)$
$a = (2.6 - 0.15 \times 4.4)9.81/(2.6 + 4.4) = 4.57$ m/s^2.

Fuerzas gravitacionales

10. Dos estudiantes están sentados sobre sus mesabancos a una distancia uno del otro de 1 metro. Si la masa de los estudiantes es de 75 kg y 50 kg, calcular la

magnitud de la fuerza de atracción gravitacional que ejercen los estudiantes entre si.

Solución:
$F = Gm_1m_2/r^2 = 6.672 \times 10^{-11} \times 75 \times 50 = 25020 \times 10^{-11}$ N $= 2.5 \times 10^{-7}$ N

11. Suponga que un estudiante de 75 kg está fijo en el suelo y que una estudiante de 50 kg se desliza sin fricción debido a la fuerza de atracción gravitacional que ejerce el estudiante sobre ella. Si inicialmente, la estudiante estaba en reposo a una distancia de 1 m, calcular el tiempo que tarda la estudiante en llegar a la posición del estudiante.

Solución:
La aceleración que adquiere la estudiante es $a = F/m = 2.5 \times 10^{-7}/50 = 5 \times 10^{-9}$ m/s^2. El tiempo que tarda en deslizarse 1 metro es:
$t = (2d/a)^{0.5} = ((2 \times 1)/(5 \times 10^{-9}))^{0.5} = (4 \times 10^{8})^{0.5} = 2 \times 10^{4}$ s = 10,000 s = 2.77 horas.

12. Un trabajador arrastra una caja de 150 kg sobre un piso, jalándola con una cuerda inclinada 17^{o} sobre la horizontal. El coeficiente de fricción estática es 0.52 y el de fricción cinética es 0.35. (a) ¿Qué tensión de la cuerda se necesita para comenzar a mover la caja? (b) ¿Cuál es la aceleración inicial de la caja?

Solución:
(a) En la dirección horizontal: $T\cos\theta - \mu_s n = 0$.
En la dirección vertical: $T\text{sen}\theta + n - mg = 0$. De aquí se obtiene que
$n = mg - T\,\text{sen}\theta$. Sustituyendo la fuerza normal en la ecuación para la dirección horizontal se obtiene que:
$T = \mu_s mg/(\cos\theta + \mu_s \text{sen}\theta) = (0.52 \times 150 \times 9.81)/(0.96 + 0.52 \times 0.29) = 688$ N

(b) En la dirección vertical: $T\text{sen}\theta + n - mg = 0$. De aquí se obtiene que la fuerza normal es $n = mg - T\,\text{sen}\theta = 150 \times 9.81 - 688 \times 0.29 = 1272$ N.
En la dirección horizontal, con la caja en movimiento, la segunda ley de Newton nos dice que: $T\cos\theta - \mu_k n = ma_x$. De aquí, se obtiene que
$a_x = (T\cos\theta - \mu_k n)/m = (688 \times 0.96 - 0.35 \times 1272)/150 = 1.43$ m/s^2

Movimiento circular

13. Una curva circular en una carretera está diseñada para automóviles que se desplazan a 80 km/h (a) Si el radio de la curva es de 150 m, ¿Cuál es el ángulo correcto de la carretera? (b) Si la curva no tuviera peralte, ¿Cuál seria el coeficiente de fricción mínimo entre las llantas y la carretera que evitaría que los automóviles derraparan?

Solución:
(a) La velocidad en 80 km/h = 22.2 m/s.

$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{v^2}{gr}\right)$ = $\tan^{-1}(22.2^2/(9.81 \times 150)) = 18.5^o$

(b) Utilizamos la ecuación (véase el capitulo 6) $\frac{\text{sen}\theta + \mu\cos\theta}{\cos\theta - \mu\text{sen}\theta} = \frac{v^2}{gr}$ con $\theta = 0$.

Es decir $\mu = \frac{v^2}{gr}$ = $22.2^2/(9.81 \times 150) = 0.33$